Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

Scheda Insegnamento

Mod. Scheda Insegnamento v. 1.1

Docente responsabile dell'insegnamento/attività formativa

Nome	Filippo
Cognome	Viviani

Denominazione insegnamento/attività formativa

Italiano	Algebra Superiore
Inglese	Advanced Topics in Algebra

Informazioni insegnamento/attività formativa

A.A.	2026/2027	○ L	◉ LM	○ LM CU
CdS	Laurea Magistrale in Matematica Pura e Applicata			
Codice				
Canale	Unico			
CFU	8			
Lingua	Italiano o Inglese			

Docente del modulo didattico (compilare solo per attività formative articolate in moduli)

Nome	
Cognome	

Denominazione modulo didattico (compilare solo per attività formative articolate in moduli)

Italiano	
Inglese	

Obiettivi formativi e risultati di apprendimento attesi

Italiano	OBIETTIVI FORMATIVI: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti una conoscenza approfondita e rigorosa della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti e delle algebre associative a dimensione finita. L'obiettivo principale è comprendere come strutture algebriche astratte possano essere studiate attraverso le loro azioni lineari su spazi vettoriali (matrici). Il corso mira a sviluppare elevate capacità di astrazione, rigore logico e a fornire gli strumenti algebrici fondamentali anche in altri ambiti della matematica, per esempio in geometria algebrica. CONOSCENZA E CAPACITÀ DI COMPRENSIONE: Al termine del corso lo studente avrà acquisito una solida conoscenza dei concetti di G-modulo, rappresentazioni riducibili e irriducibili, il Teorema di Maschke e la teoria dei caratteri per gruppi finiti. Avrà inoltre compreso la struttura delle algebre associative semisemplici, il Teorema di Wedderburn-Artin e i fondamenti della teoria dei moduli su algebre.
Inglese	LEARNING OUTCOMES: The course aims to provide students with a deep and rigorous knowledge of the representation theory of finite groups and finite-dimensional associative algebras. The primary goal is to understand how abstract algebraic structures can be studied through their linear actions on vector spaces (matrices). The course aims to develop high levels of abstraction and logical rigor, providing foundational algebraic tools which can be used in other fields, such as algebraic geometry. KNOWLEDGE AND UNDERSTANDING: Upon completing the course, students will have acquired a solid understanding of G-modules, reducible and irreducible representations, Maschke's Theorem, and character theory for finite groups. They will also thoroughly grasp the structure of semisimple associative algebras, the Wedderburn-Artin Theorem, and the foundations of module theory over algebras.

Prerequisiti

Italiano	Algebra 1 Geometria 1 Algebra 2
Inglese	Algebra 1 Geometry 1 Algebra 2

Programma

Italiano	(1) Introduzione alle rappresentazioni (12 ore): Definizioni fondamentali, sub-rappresentazioni, omomorfismi di rappresentazioni (morfismi di G-moduli). Rappresentazioni regolari, permutazionali e per coniugio. Analisi di esempi concreti su gruppi di piccolo ordine (6 ore teoria, 6 ore esercizi). (2) Semisemplice e Teorema di Maschke (10 ore): Sottomoduli e riducibilità. Il Lemma di Schur e le sue conseguenze. Il Teorema di Maschke sulle algebre e sui gruppi finiti (sotto l'ipotesi che la caratteristica del campo non divida l'ordine del gruppo). Rappresentazioni semisemplici (6 ore teoria, 4 ore esercizi).
Inglese	(1) Introduction to representations (12 hours): Foundational definitions, sub-representations, homomorphisms of representations (G-module morphisms). Regular, permutation, and conjugation representations. Analysis of concrete examples on small-order groups (6 hours lecture, 6 hours exercises). (2) Semisimplicity and Maschke's Theorem (10 hours): Submodules and reducibility. Schur's Lemma and its consequences. Maschke's Theorem on algebras and finite groups (under the assumption that the characteristic of the field does not divide the group order). Semisimple representations (6 hours lecture, 4 hours exercises).

Modalità di valutazione

- ☐ Prova scritta
- ☒ Prova orale
- ☐ Valutazione in itinere
- ☐ Valutazione di progetto
- ☐ Valutazione di tirocinio
- ☐ Prova pratica
- ☐ Prova di laboratorio

Descrizione delle modalità e dei criteri di verifica dell’apprendimento

Italiano	L'esame consiste in una prova orale volta ad accertare la comprensione approfondita dei concetti geometrico-algebrici e strutturali del corso. Allo studente verrà richiesto di esporre definizioni, enunciati e dimostrazioni dei teoremi trattati a lezione, nonché di illustrare la teoria attraverso esempi pratici (es. la costruzione o l'analisi di una tavola dei caratteri). I criteri di valutazione e di attribuzione del voto finale (in trentesimi) sono così definiti: 18-20: Conoscenza sufficiente dei concetti base e delle definizioni principali, con qualche incertezza formale nell'esposizione delle dimostrazioni.
Inglese	The examination consists of an oral test designed to assess the student's thorough understanding of the geometric-algebraic and structural concepts of the course. The student will be asked to present definitions, statements, and proofs of the theorems covered during lectures, as well as to illustrate the theory through practical examples (e.g., constructing or analyzing a character table). The grading criteria (out of 30) are defined as follows: 18-20: Sufficient knowledge of basic concepts and main definitions, with minor formal uncertainties when presenting proofs

Testi adottati

Italiano	Serre, J-P. - "Linear Representations of Finite Groups", Graduate Texts in Mathematics, Springer. Holm T., Erdmann K.: "Algebras and Representation Theory", Springer Undergraduate Mathematics
Inglese	Serre, J-P. - "Linear Representations of Finite Groups", Graduate Texts in Mathematics, Springer. Holm T., Erdmann K.: "Algebras and Representation Theory", Springer Undergraduate Mathematics.

Bibliografia di riferimento

Italiano	Weintraub, S.H.: "Representation Theory of Finite Groups: Algebra and Arithmetic", Graduate Studies in Mathematics. Pierce, R. S.: "Associative Algebras", Graduate Texts in Mathematics, Springer.
Inglese	Weintraub, S.H.: "Representation Theory of Finite Groups: Algebra and Arithmetic", Graduate Studies in Mathematics. Pierce, R. S.: "Associative Algebras", Graduate Texts in Mathematics, Springer.

Modalità di svolgimento

☒ Modalità in presenza
☐ Modalità a distanza

Descrizione della modalità di svolgimento e metodi didattici adottati

Italiano	Il corso si svolge interamente in presenza mediante lezioni frontali alla lavagna. Durante le lezioni viene dato ampio spazio sia alla trattazione teorica formale che alla risoluzione condivisa di esercizi ed esempi, per incoraggiare la partecipazione attiva e lo sviluppo dell'intuizione algebrica degli studenti.
Inglese	The course is delivered entirely in-person through traditional blackboard lectures. Ample time during lectures is dedicated to both formal theoretical treatment and shared problem-solving and examples, encouraging active participation and the development of students' algebraic intuition.

Modalità di frequenza

◉ Frequenza facoltativa
○ Frequenza obbligatoria

Descrizione della modalità di frequenza

Italiano	La frequenza è facoltativa, sebbene caldamente raccomandata a causa dell'astrattezza degli argomenti e della natura sequenziale del programma. Non sono previste distinzioni nei criteri di esame tra studenti frequentanti e non frequentanti.
Inglese	Attendance is optional, though strongly recommended due to the abstract nature of the topics and the sequential structure of the syllabus. No distinction in assessment criteria is made between attending and non-attending students.